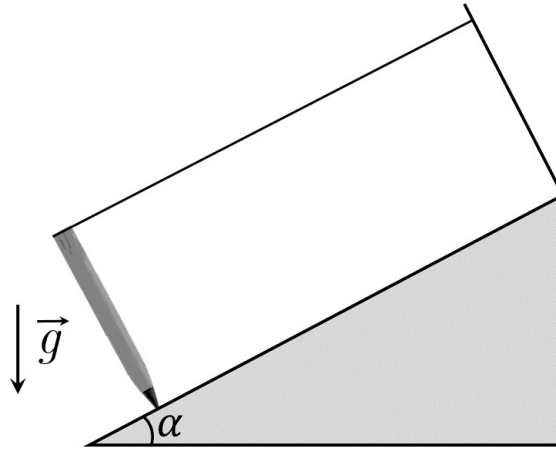


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Карандаш массой m упирается своим острым концом в плоскость, наклонённую к горизонту под углом α . В этом положении карандаш удерживается с помощью нити, привязанной к его верхнему концу. Ось симметрии карандаша перпендикулярна плоскости, а сама нить располагается параллельно наклонной плоскости. Коэффициент трения острого конца карандаша о плоскость равен μ . Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



а) Как изменяются при увеличении угла α от 0° до 60° сила натяжения нити, сила нормальной реакции, действующая со стороны карандаша на наклонную плоскость, сила трения, действующая на карандаш? Коэффициент трения такой, что карандаш при увеличении угла не проскальзывает.

В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.

Ответ:

Сила натяжения нити	Монотонно увеличивается
Сила нормальной реакции	Монотонно уменьшается
Сила трения	Монотонно увеличивается
	Не меняется
	Сначала увеличивается, затем уменьшается
	Сначала уменьшается, затем увеличивается

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1 балл. Всего 3 балла

б) Масса карандаша $m = 20 \text{ г}$, угол наклона плоскости $\alpha = 30^\circ$, карандаш не проскальзывает. Определите силу нормальной реакции между карандашом и плоскостью. Ответ выразите в ньютонах, округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне $[0.16; 0.18]$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Масса карандаша $m = 20 \text{ г}$, угол наклона плоскости $\alpha = 30^\circ$, карандаш не проскальзывает. Определите силу натяжения нити. Ответ выразите в ньютонах, округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне $[0.04; 0.06]$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Коэффициент трения карандаша о плоскость равен 0.25. Угол наклона плоскости медленно увеличивают. При каком значении угла карандаш начнёт проскальзывать? Ответ выразите в градусах, округлите до целых.

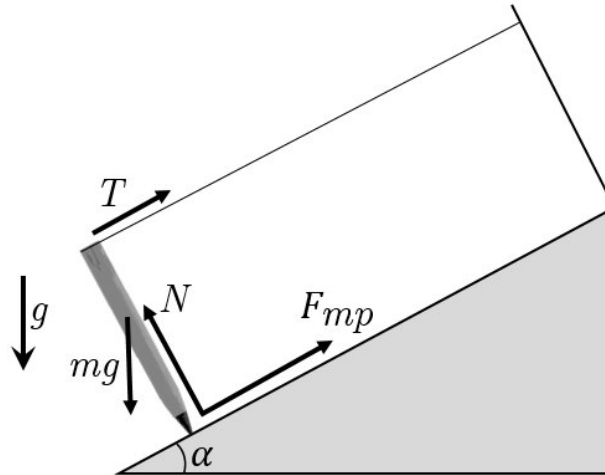
Ответ: засчитывается в диапазоне $[26; 28]$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Изобразим на рисунке все действующие на карандаш силы: T — сила натяжения нити, mg — сила тяжести, N — сила нормальной реакции со стороны плоскости, $F_{\text{тр}}$ — сила трения.



Второй закон Ньютона в проекции на прямую, параллельную плоскости, выглядит так:

$$T + F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin \alpha. \quad (1)$$

Для прямой, перпендикулярной плоскости,

$$N = mg \cdot \cos \alpha. \quad (2)$$

Правило моментов относительно центра карандаша $T \frac{l}{2} = F_{\text{тр}} \frac{l}{2}$ даёт $T = F_{\text{тр}}$, откуда, с учётом (1),

$$T = F_{\text{тр}} = \frac{mg \cdot \sin \alpha}{2}. \quad (3)$$

Теперь легко ответить на первый вопрос. С увеличением угла α сила натяжения нити и сила трения монотонно увеличиваются, так как увеличивается $\sin \alpha$. Сила же нормальной реакции монотонно уменьшается, так как $\cos \alpha$ монотонно уменьшается.

б) В соответствии с (2): $N = mg \cdot \cos \alpha = 0.17 \text{ Н}$.

в) В соответствии с (3): $T = \frac{(mg \cdot \sin \alpha)}{2} = 0.05 \text{ Н}$.

г) Проскальзывание начинается, если сила трения $F_{\text{тр}} = \frac{mg \cdot \sin \alpha'}{2}$ достигает своего предельного значения, равного силе трения скольжения, $\mu N = \mu mg \cdot \cos \alpha'$,

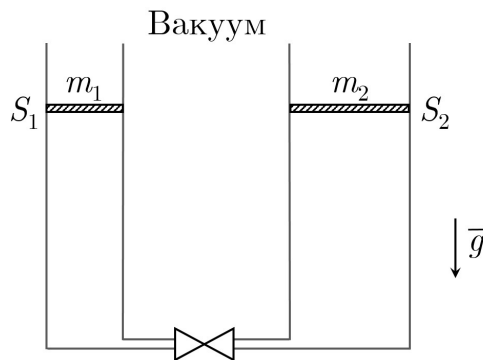
$$\frac{mg \cdot \sin \alpha'}{2} = \mu mg \cdot \cos \alpha'.$$

откуда угол, при котором начинается проскальзывание, $\alpha' = \arctan(2\mu) \approx 27^\circ$.

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.
Пункты б, в, г)**

№ варианта	m , г	α , °	N_{\min} , Н	N_{\max} , Н	T_{\min} , Н	T_{\max} , Н	μ	α'_{\min} , °	α'_{\max} , °
1	20	30	0.16	0.18	0.04	0.06	0.25	26	28
2	30	30	0.25	0.27	0.07	0.09	0.3	30	32
3	40	30	0.34	0.36	0.09	0.11	0.35	34	36
4	50	40	0.37	0.39	0.15	0.17	0.4	38	40
5	60	40	0.45	0.47	0.18	0.2	0.45	41	43
6	20	40	0.14	0.16	0.05	0.07	0.5	44	46
7	30	50	0.18	0.2	0.1	0.12	0.32	32	34
8	40	50	0.25	0.27	0.14	0.16	0.42	39	41
9	50	60	0.24	0.26	0.21	0.23	0.47	42	44
10	60	60	0.29	0.31	0.25	0.27	0.52	45	47

Задание 2. Вариант 1. Два вертикально расположенных цилиндра с площадями $S_1 = S$ и $S_2 = 2S$ соединены внизу трубкой пренебрежимо малого объёма, на которой установлен клапан. В цилиндрах под поршнями, которые могут перемещаться без трения, находится азот, снаружи — вакуум. Клапан закрыт. Изначально поршни находятся на одной высоте $h = 50$ см. Массы поршней $m_1 = m$, $m_2 = 1.5m$. Температура азота в цилиндрах постоянная и одинаковая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



а) Определите отношение массы газа во втором цилиндре к массе газа в первом. Ответ округлите до десятых.

Ответ: 1.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Определите отношение плотности газа во втором цилиндре к плотности газа в первом. Ответ округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.73; 0.77]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Клапан открывают. Как будут двигаться поршни?

В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.

Ответ:

Первый поршень	Опустится и ляжет на дно сосуда
Второй поршень	Поднимется и остановится на некотором расстоянии от дна сосуда
	Опустится и остановится на некотором расстоянии от дна сосуда
	Не будет двигаться

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1.5 балла. Всего 3 балла

г) На каком расстоянии от дна окажется поршень во втором сосуде после открытия клапана и установления равновесия? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [82; 84]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) В соответствии с уравнением Менделеева–Клапейрона массы газов в цилиндрах:

$$m_{r1} = \frac{P_1 V_1 M}{RT} = \frac{\frac{m_1 g}{S_1} S_1 h M}{RT} = \frac{m_1 g h M}{RT},$$

$$m_{r2} = \frac{P_2 V_2 M}{RT} = \frac{\frac{m_2 g}{S_2} S_2 h M}{RT} = \frac{m_2 g h M}{RT}.$$

Здесь M — молярная масса газа, R — универсальная газовая постоянная, T — температура.

Отношение масс $\frac{m_2}{m_1} = \frac{m_{r2}}{m_{r1}} = 1.5$.

б)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{m_{r2}}{S_2 h}}{\frac{m_{r1}}{S_1 h}} = \frac{m_2 S_1}{m_1 S_2} = 0.75.$$

в) Давление газа в каждом из цилиндров постоянно и равно $\frac{mg}{S}$, где m — масса поршня, S — площадь цилиндра. Газ будет перемещаться из цилиндра с большим давлением в цилиндр с меньшим до тех пор, пока в цилиндре с большим давлением, то есть с большим значением величины $\frac{mg}{S}$, поршень не ляжет на дно. В нашем случае $\frac{m_1 g}{S_1} > \frac{m_2 g}{S_2}$, то есть первый поршень опустится и ляжет на дно сосуда, второй поршень поднимется и остановится на некотором расстоянии от дна сосуда.

г) После того, как поршень в первом цилиндре ляжет на дно сосуда, весь газ окажется во втором цилиндре при давлении $P_2 = \frac{m_2 g}{S_2}$. Из уравнения Менделеева–Клапейрона найдём для второго цилиндра:

$$P_2 V_2 = \frac{(m_{r1} + m_{r2})}{M} RT,$$

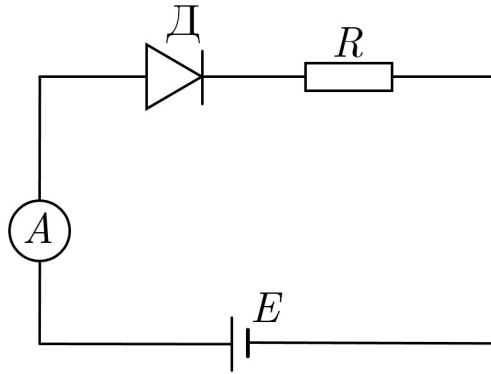
$$\frac{m_2 g}{S_2} S_2 h_2 = \left(\frac{m_1 g h M}{RT} + \frac{m_2 g h M}{RT} \right) RT,$$

$$h_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} h = 83 \text{ см.}$$

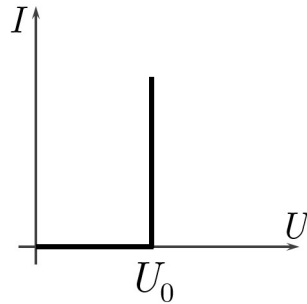
Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.**Пункты а, б, г)**

№ варианта	$k = S_2 : S_1$	$n = m_2 : m_1$	h , см	m_{r2}/m_{r1}	ρ_2/ρ_1 , min	ρ_2/ρ_1 , max	h_2^{\min} , см	h_2^{\max} , см
1	2	1.5	50	1.5	0.73	0.77	82	84
2	2.5	2	70	2	0.78	0.82	104	106
3	1.5	1.2	60	1.2	0.78	0.82	109	111
4	2.5	2	80	2	0.78	0.82	119	121
5	2	1.2	40	1.2	0.58	0.62	72	74
6	1.8	1.5	75	1.5	0.81	0.85	124	126
7	2.2	2	45	2	0.89	0.93	67	69
8	2.5	1.5	65	1.5	0.58	0.62	107	109
9	1.6	1.3	50	1.3	0.79	0.83	87	89
10	1.5	1.1	60	1.1	0.71	0.75	114	116

Задание 3. Вариант 1. Представленная схема содержит источник с ЭДС E с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистор R , идеальный амперметр и диод D .



Вольтамперная характеристика диода (зависимость тока через диод от напряжения на нём) показана на рисунке.



а) ЭДС источника $E = 12$ В, сопротивление резистора $R = 8$ Ом, ток в цепи равен 1.25 А. Определите пороговое напряжение диода U_0 . Ответ выразите в вольтах, округлите до десятых.

Ответ: 2.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Прежний резистор с сопротивлением 8 Ом заменили на резистор с сопротивлением $R = 16$ Ом. Определите силу тока в цепи. Ответ выразите в амперах, округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.61; 0.65]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Что произойдёт с силой тока, если, не меняя диод и источник, заменить резистор на другой, сопротивление которого меньше в N раз?

Ответ:

- ✓ Увеличится в N раз
- Увеличится более чем в N раз
- Увеличится менее чем в N раз
- Не изменится

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Параметры схемы прежние, то есть ЭДС источника $E = 12$ В, сопротивление резистора $R = 8$ Ом, сила тока в цепи равна 1.25 А. Определите мощность, выделяющуюся на диоде. Ответ выразите в ваттах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [2.4; 2.6]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) По второму правилу Кирхгофа:

$$E = U_D + U_R = U_0 + IR,$$

$$U_0 = E - IR = 2.0 \text{ В.}$$

б) В соответствии с этим:

$$I = \frac{E - U_0}{R} \approx 0.63 \text{ А.}$$

в) В соответствии с формулой для силы тока:

$$I_1 = \frac{E - U_0}{R},$$

$$I_2 = \frac{E - U_0}{R/N} = NI_1.$$

I_2 превосходит I_1 в N раз.

г) Мощность, выделяющаяся на элементе, определяется произведением силы тока через элемент на величину падения напряжения на нём же:

$$P = I \cdot U_0 = \frac{E - U_0}{R} U_0 = 2.5 \text{ Вт.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты а, б, г)

№ варианта	E , В	R , Ом	I , А	U_0 , В	R , Ом	I_{\min} , А	I_{\max} , А	N раз	Ответ	P_{\min} , Вт	P_{\max} , Вт
1	12	8	1.25	2	16	0.61	0.65	больше	Засчитывается любой ответ	2.4	2.6
2	10	9	1	1	12	0.73	0.77	больше	Засчитывается любой ответ	0.9	1.1
3	15	10	1.4	1	8	1.73	1.77	больше	Засчитывается любой ответ	1.3	1.5
4	18	12	1.4	1.2	10	1.66	1.7	больше	Засчитывается любой ответ	1.6	1.8
5	24	15	1.5	1.5	18	1.23	1.27	больше	Засчитывается любой ответ	2.2	2.4
6	20	14	1.3	1.8	20	0.89	0.93	больше	Засчитывается любой ответ	2.2	2.4
7	16	15	0.9	2.5	12	1.11	1.15	больше	Засчитывается любой ответ	2.2	2.4
8	12	9	1.2	1.2	15	0.7	0.74	больше	Засчитывается любой ответ	1.3	1.5
9	10	17	0.5	1.5	10	0.83	0.87	больше	Засчитывается любой ответ	0.7	0.9
10	15	13	1	2	8	1.61	1.65	больше	Засчитывается любой ответ	1.9	2.1
11	12	8	1.25	2	16	0.61	0.65	меньше	Увеличится в N раз	2.4	2.6
12	10	9	1	1	12	0.73	0.77	меньше	Увеличится в N раз	0.9	1.1
13	15	10	1.4	1	8	1.73	1.77	меньше	Увеличится в N раз	1.3	1.5
14	18	12	1.4	1.2	10	1.66	1.7	меньше	Увеличится в N раз	1.6	1.8
15	24	15	1.5	1.5	18	1.23	1.27	меньше	Увеличится в N раз	2.2	2.4
16	20	14	1.3	1.8	20	0.89	0.93	меньше	Увеличится в N раз	2.2	2.4
17	16	15	0.9	2.5	12	1.11	1.15	меньше	Увеличится в N раз	2.2	2.4
18	12	9	1.2	1.2	15	0.7	0.74	меньше	Увеличится в N раз	1.3	1.5
19	10	17	0.5	1.5	10	0.83	0.87	меньше	Увеличится в N раз	0.7	0.9
20	15	13	1	2	8	1.61	1.65	меньше	Увеличится в N раз	1.9	2.1